STUDIO DI FUNZIONE RAZIONALE FRATTA

La funzione da studiare è $y = \frac{2x^2-1}{x-5}$

Trattasi di funzione razionale fratta.

Dominio

Per calcolare il dominio dobbiamo imporre che il denominatore sia diverso da zero:

$x - 5 \neq 0$ da cui $x \neq 5$

Il dominio della funzione è quindi: $dom(f) = (-\infty, 5) \cup (5, +\infty)$

Intersezione con gli assi

L'Intersezione con gli assi è facile da determinare:

Asse X: Bisogna risolvere l'equazione $\frac{2x^2-1}{x-5} = 0$

Una frazione è uguale a zero se e solo se lo è il suo numeratore:

$2x^2 - 1 = 0$ quindi $x^2 = \frac{1}{5}$

I punti di intersezione con l'asse X sono:

$x_1 = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ $x_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Asse Y: Bisogna valutare la funzione in zero:

$$f(0) = \frac{2 * 0^2 - 1}{0 - 5} = \frac{-1}{-5} = \frac{1}{5}$$

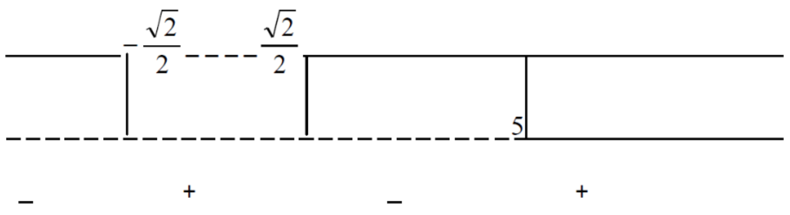
Il punto di intersezione con l'asse Y è: $\left(0, \frac{1}{5}\right)$

Segno della funzione

$$\frac{2x^2-1}{x-5} > 0$$

$2x^2 - 1 > 0$ risultato $x < -\frac{\sqrt{2}}{2} \cup x > \frac{\sqrt{2}}{2}$

$x - 5 > 0$ risultato $x > 5$



Dal grafico si evince che:

La funzione è positiva per $-\frac{\sqrt{2}}{2} < x < \frac{\sqrt{2}}{2}$ e $x > 5$

La funzione è negativa per $x < -\frac{\sqrt{2}}{2}$ e $\frac{\sqrt{2}}{2} < x < 5$

Calcolo dei limiti per cercare eventuali asintoti

$$\lim_{x \to 5^+} \frac{2x^2-1}{x-5} = +\infty$$

$$\lim_{x \to 5^-} \frac{2x^2-1}{x-5} = -\infty$$

La funzione ha un asintoto verticale di equazione $x = 5$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{2x^2-1}{x-5} = +\infty$$

Non vi sono asintoti orizzontali.

Andiamo a verificare se ci sono asintoti obliqui:

$$m = \lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to \infty} \frac{2x^2-1}{x-5} * \frac{1}{x} = \lim_{x \to \infty} \frac{2x^2-1}{x^2-5x} = 2$$

$$q = \lim_{x\to\infty}[f(x) - mx] = \lim_{x\to+\infty}\frac{2x^2-1}{x-5} - 2x = \lim_{x\to\infty}\frac{2x^2-1-2x^2+10x}{x-5} = \lim_{x\to\infty}\frac{10x-1}{x+5} = 10$$

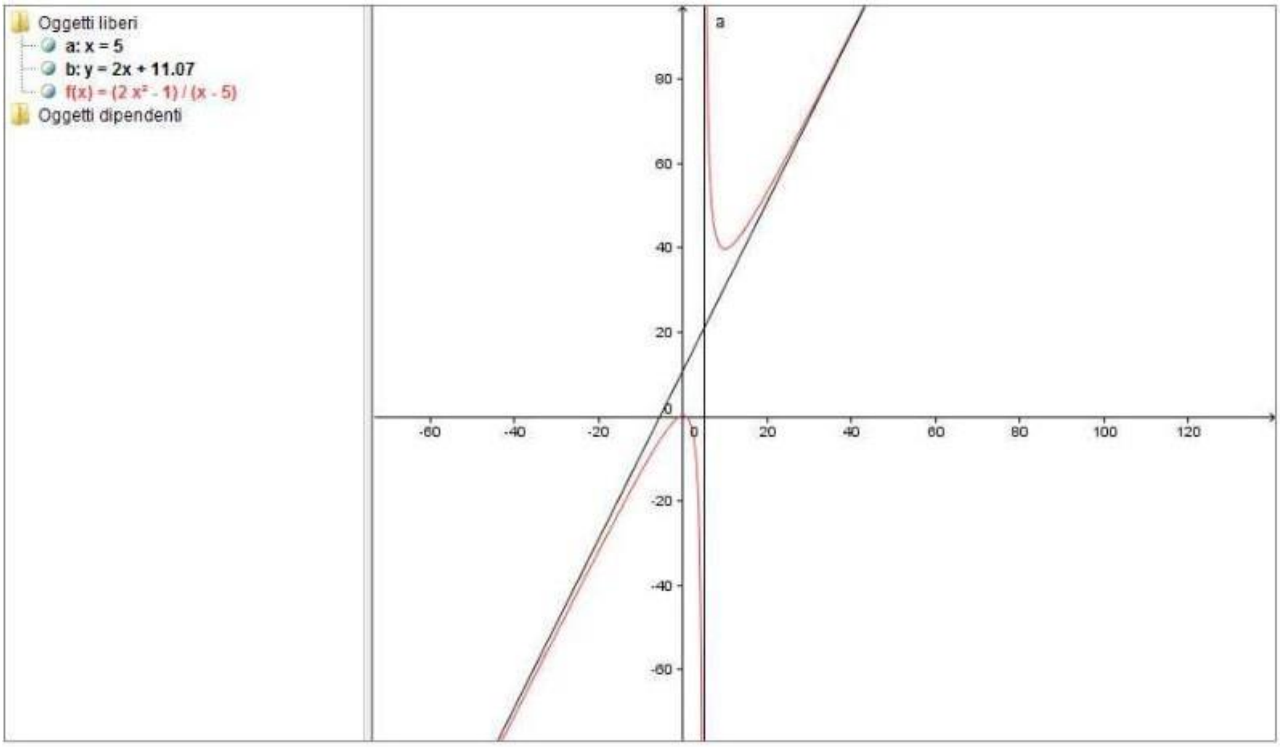
La funzione ha un asintoto obliquo.

Per calcolare i punti di massimo e di minimo devo calcolare la derivata prima e studiare il segno della derivata prima.

Se la derivata prima passa da valori positivi a valori negativi in quel punto si ha un punto di massimo.

Se la derivata prima passa da valori negativi a valori positivi in quel punto si ha un punto di minimo.

Grafico



Video (Link esterno)